

PHYSIQUE

6^{EME} ANNEE

2 PERIODES PAR SEMAINE

Matthieu Meurant

prof.meurant@gmail.com

https://www.dropbox.com/s/eiv82jb9q34ieyx/Cours_Physique_6eme_2h.pdf?dl=0

Contents

Chapitre 1 – L'oscillateur harmonique (OH).....	3
Description du mouvement d'oscillation harmonique	3
Description de l'expérience.....	3
Introduction des notions utiles	4
Dédution des équations de position, vitesse et accélération.....	5
Interprétation des équations et graphiques	7
Illustration de mouvements harmoniques.....	8
Mises en situation	9
Oscillations horizontales.	9
Oscillations verticales.....	11
Le Pendule simple.....	12
Énergie d'un oscillateur harmonique	14
Mouvement harmonique amorti	16
Déphasage entre deux oscillateurs harmoniques de même fréquence	16
Déphasage	16
Concordance de phase	17
Opposition de phase.....	18
La résonance.....	18
Oscillateurs couplés.....	18
Résonance acoustique.....	20
Exemples d'applications	21
Exercices	22
Résumé des notions importantes de ce chapitre.....	25
Chapitre 2 – Ondes mécaniques	28

Chapitre 1 – L'oscillateur harmonique (OH)

Beaucoup de mouvements oscillants se produisent autour de nous au quotidien (une corde vocale qui vibre, un enfant sur une balançoire, les mouvement des bras d'un marcheur, le son d'un instrument de musique, ...). Ces mouvements oscillants peuvent être plus ou moins complexes mais peuvent tous être décomposés en mouvements oscillatoires « simples », en mouvements d'oscillations dites « harmoniques ». Nous reviendrons sur cette décomposition lorsque nous aborderons le principe de superposition.

L'objet de ce chapitre est d'aborder ces mouvements vibratoires élémentaires.

Description du mouvement d'oscillation harmonique

Description de l'expérience

Imaginons une roue (de vélo par exemple) tournant à vitesse angulaire constante autour de son axe, suspendu au point C (voir Figure 1). Pour fixer les idées, disons qu'elle tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Nous appellerons cette vitesse angulaire ω (oméga). En un point de la circonférence de la roue, (M sur la Figure 1) nous attachons un système que nous supposons de masse nulle. Ce système permet d'envoyer un laser vers le mur le plus proche, et ce, toujours à l'horizontale. Le point que marque ce laser sur le mur est appelé P.

Dans ces conditions, M décrit un mouvement circulaire uniforme, de centre C, de rayon A, dans le sens antihorlogique. Pour fixer les idées, faisons commencer l'observation de ce mouvement ($t = 0$) lorsque M est à la position M_0 . La position du point P sur le mur est alors notée O.

Dans les paragraphes suivants, nous allons nous attacher à l'étude du mouvement de ce point P et à sa relation avec le mouvement de rotation qui le crée. Pour cela, nous allons porter attention aux mesures des quantités que sont le temps, l'angle α et la position du point P par rapport au point O de référence.

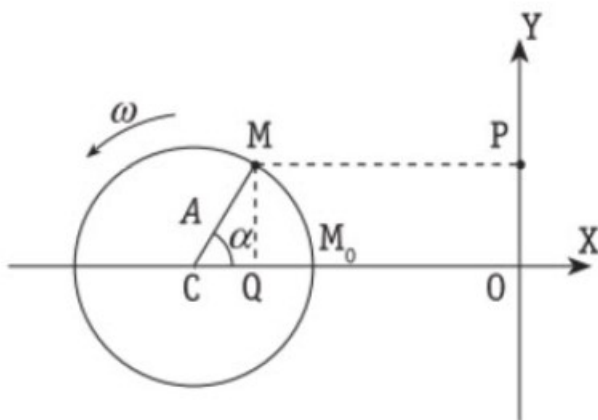


Figure 1 - Introduction à l'oscillation harmonique

Introduction des notions utiles

- Une première définition est nécessaire à ce stade, la vitesse angulaire.

La **vitesse angulaire** ω est l'angle¹ balayé par le rayon par unité de temps.

Son unité dans le système international (SI) est s^{-1} ou, de manière équivalente, à 1/s.

Cette quantité est aussi appelée la **pulsation de l'oscillateur**.

Note : Dans le cadre de ce cours, nous exprimerons les angles en radians. Par définition, un radian est l'angle qui sous-tend un arc de cercle de même longueur que le rayon de ce cercle. Exprimé en degrés, un radian est approximativement égal à 57°.

En conséquence,

Un angle de 90° sera équivalent à ~ 1.58 radian, c'est à dire $\pi/2$ radians.

Un angle de 180° sera équivalent à π radians.

Un angle de 360° sera équivalent à 2π radians.

- Nous avons indiqué plus haut que la mesure du temps était un des points auquel nous allions prêter attention.

Nous noterons T la durée que mettra le point M pour parcourir un tour complet. Cette quantité sera appelée la **période**.

- Si le temps nécessaire pour faire un tour diminue, le nombre de tours fait par unité de temps sera donc plus important (le système fera plus de tour à chaque seconde s'il tourne plus vite).

Le nombre de tour fait à chaque seconde est appelé la **fréquence** et notée f .

- La fréquence et la période sont donc des quantités qui varient inversement l'une de l'autre. Quand l'une diminue, l'autre augmente. La relation entre ces deux quantités se note

$$T = 1/f \text{ ou } f = 1/T$$

¹ Il s'agit donc d'un angle par unité de temps et non pas d'une distance par unité de temps, d'où son unité qui est l'inverse d'un temps et non pas une distance divisée par un temps.

Déduction des équations de position, vitesse et accélération

En mettant ensemble les notions définies à la page 4, la vitesse angulaire du mouvement qui nous occupe peut donc être écrite sous la forme

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

(Autrement dit, un tour complet est fait en une période)

ou aussi

$$\omega = 2\pi f$$

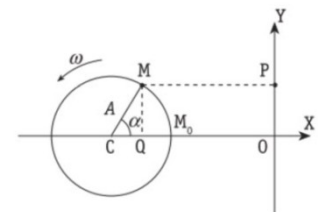
Ces notions mises en places, revenons à l'étude du mouvement du point P de la Figure 1 .

La position du point P est mesurée sur l'axe Y. Cette position sera donc positive lorsque P sera au dessus du point O et négative sinon. Cette position étant mesurée sur l'axe Y nous l'appellerons y et comme elle varie avec le temps, nous la noterons $y(t)$.

$$y(t) = OP .$$

Comme $OP = QM$,

$$y(t) = QM.$$



La définition d'un sinus en trigonométrie nous permet de dire que

$$QM = A \sin(\alpha)$$

et sachant que

$$\alpha = \omega t$$

(par définition de ω), on déduit l'équation de la position en fonction du temps :

$$y(t) = A \sin(\omega t)$$

Équation 1 - Position en fonction du temps d'un oscillateur harmonique (OH)

La position du point P sur le mur est donc un mouvement sinusoïdal, d'amplitude A (le rayon de la roue) et de vitesse angulaire ω (celle de la roue).

Un mouvement oscillatoire est dit **harmonique** si la position en fonction du temps peut être décrite par une fonction sinusoïdale du temps (voir l'Équation 1).

Comme cela a été vu lors de l'étude de mouvements tels que le MRUA,

- La vitesse en fonction du temps s'obtient par la dérivée temporelle de la position

$$v(t) = y'(t) = \frac{dy(t)}{dt}$$

- L'accélération en fonction du temps s'obtient par la dérivée temporelle de la vitesse, ou la dérivée seconde par rapport au temps de la position.

$$a(t) = y''(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2y(t)}{dt^2}$$

De la même manière, la vitesse et l'accélération du mouvement du point P peut s'obtenir par dérivation de l'Équation 1.

Équation de la vitesse en fonction du temps :

$$v(t) = A \omega \cos(\omega t) \quad ^2$$

Équation de l'accélération en fonction du temps :

$$a(t) = -A \omega^2 \sin(\omega t)$$

Avec une échelle de temps synchronisée, la position, la vitesse et l'accélération peuvent se représenter comme illustrées à la Figure 2.

Par comparaison des équations d'accélération et de position, on peut déduire que

$$a(t) = -\omega^2 y(t)$$

Équation 2

L'accélération est toujours opposée en sens à l'élongation

L'accélération est d'autant plus grande en valeur absolue que l'écartement par rapport à la position d'équilibre est importante.

Pour une élongation donnée, l'accélération sera d'autant plus grande que la vitesse angulaire est grande (ou de façon équivalente, que la fréquence est grande).

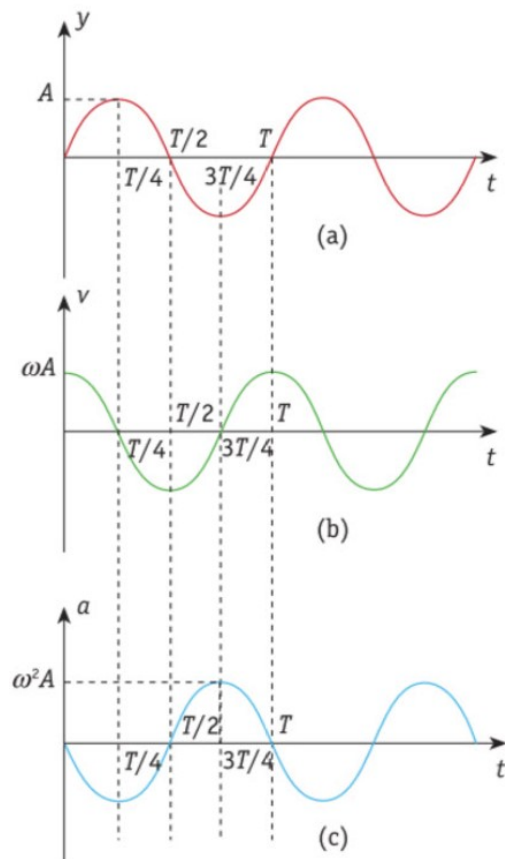


Figure 2 - Position, vitesse et accélération d'un OH

² Rappel de la dérivation de fonctions composées : La composée $f = g \circ u$ de deux fonctions u et g dérivables, la première en x , la seconde en $u(x)$ est dérivable .

La fonction dérivée, f' , est définie par $f' = (g' \circ u) \cdot u'$.

Interprétation des équations et graphiques

- Lorsque l'oscillateur passe par sa position d'équilibre, sa vitesse est maximale en valeur absolue (cette vitesse est positive lorsque l'oscillateur monte et négative lorsqu'il descend). A ce même moment l'accélération est nulle.
 - > L'accélération est proportionnelle à l'élongation, comme montré par l'Équation 2 . Il est donc naturel qu'à une élongation nulle corresponde une accélération nulle.
- Lorsque l'oscillateur arrive à l'un de ses *extrema*, la vitesse est nulle³
- Lorsque l'oscillateur arrive à l'un de ses *extrema*, l'accélération atteint elle aussi un *extrema*. Il s'agit néanmoins d'extrema de signes opposés (cfr Équation 2).

Physiquement cela signifie que lorsque l'oscillateur arrive à sa position la plus haute (par exemple), l'augmentation de vitesse qu'il subit se fait vers le bas (dans le sens opposé à l'axe y de la Figure 2). Cette augmentation vers le bas est une accélération négative.

Le raisonnement inverse peut être tenu lorsque l'oscillateur arrive à sa position la plus basse.

³ La vitesse est la dérivée temporelle de la position. Lorsque la position atteint un *extrema*, sa dérivée (la vitesse) est donc nulle. Physiquement, pour l'*extrema* en position haute par exemple, lorsque l'oscillateur fini sa montée (sa vitesse positive décroît) et avant qu'il commence à redescendre (que sa vitesse négative augmente en norme), sa vitesse passe par une valeur nulle.

Illustration de mouvements harmoniques

La Figure 3 représente la position du point P (décrit à la Figure 1) à différents instants. Sa nature sinusoïdale au cours du temps est aisément visible. La représentation est faite pour une durée d'une période (T). Un cycle entier y est donc représenté.

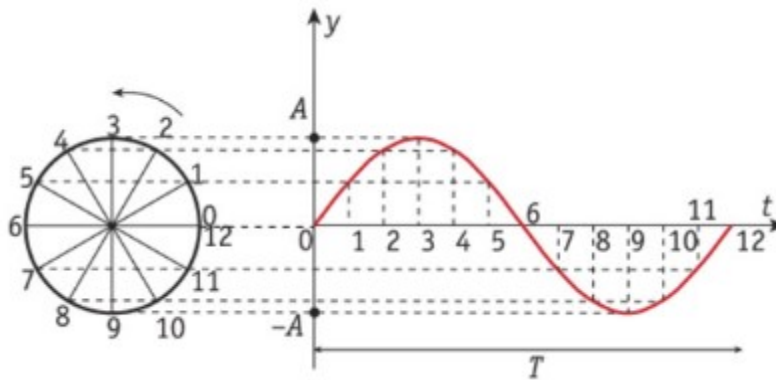
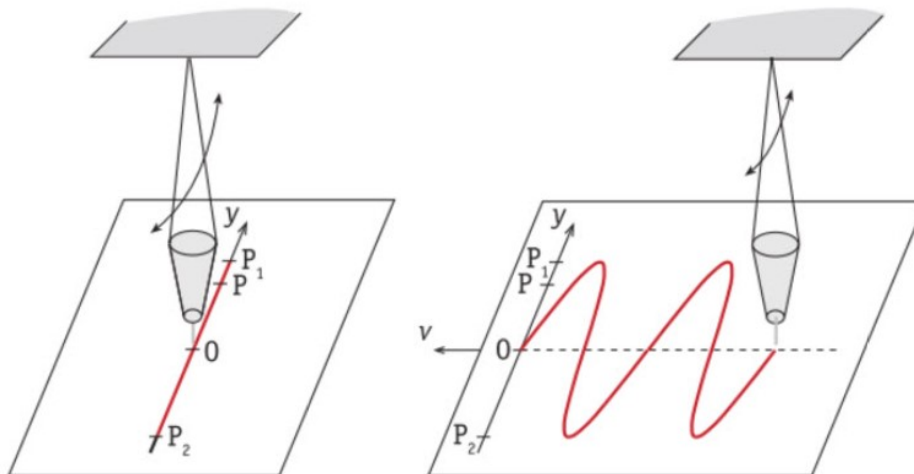


Figure 3 - Illustration du caractère sinusoïdal du mouvement du point P

Une seconde illustration d'un mouvement harmonique utilise le mouvement d'un pendule. (Nous reviendrons sur cet exemple en précisant les approximations à considérer.) Un réservoir de sable est suspendu via une corde. Un orifice est percé sous ce réservoir, laissant le sable s'écouler. En laissant la corde tendue sous le poids du sable, on écarte légèrement⁴ le réservoir de sa position d'équilibre et on le laisse ensuite osciller librement. Le sable s'écoule le long d'un axe comme représenté sur la figure de gauche ci-dessous. En gardant inchangé le mouvement du réservoir de sable, on fait défiler à vitesse constante le support sur lequel tombe le sable. La courbe formée par le sable représente une sinusoïde.



⁴ L'écart léger fait référence à l'approximation mentionnée en début de paragraphe. Au plus cet écart est grand, au moins le mouvement d'oscillation sera harmonique.

Mises en situation

Trois mises en situations sont proposées dans ce chapitre. L'oscillation d'un ressort le long d'un axe horizontal, l'oscillation verticale d'un élastique et l'oscillation d'un pendule simple.

Nous supposons que ces trois systèmes oscillent librement, c'est-à-dire sans être soumis à une source externe d'énergie. Nous supposons aussi que ces systèmes gardent l'énergie qu'ils ont, ils ne la transfèrent pas à d'autres systèmes. Il n'y a donc pas de frottements. Une fois en oscillation, ces systèmes gardent donc leur mouvement oscillatoire indéfiniment.

L'oscillation de ces trois systèmes est due à une force de rappel. Force de rappel élastique dans le cas du ressort et de l'élastique, force gravitationnelle dans le cas du pendule. D'autres types de forces de rappel existent bien entendu dans la nature, par exemple la tension superficielle à la surface de l'eau.

Oscillations horizontales.

Nous considérons un ressort élastique, c'est-à-dire que sa force de rappel est proportionnelle à son élongation (ou sa compression) auquel est attaché un objet de masse m .

Comme ce ressort est élastique, le lien entre la force de rappel et son élongation s'exprime comme suit :

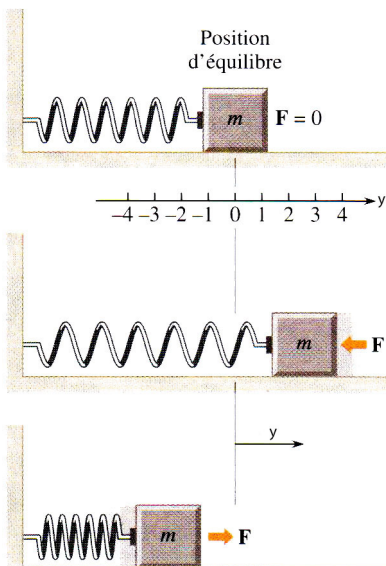
$$F = -k \cdot y \quad ^5$$

Équation 3 - Force de rappel élastique

où k est la constante de raideur du ressort.

L'unité de k est le N/m .

k est une propriété du ressort utilisé pour l'expérience, sa valeur changera si un autre ressort est utilisé.



⁵ Le mouvement étudié ici étant à une seule dimension, nous ne tiendrons pas compte de la nature vectorielle de la force.

L'Équation 2 multipliée par la masse m de l'objet attaché au ressort donne

$$a(t) = -\omega^2 y(t)$$

$$m a(t) = F(t) = -m \omega^2 y(t)$$

L'accélération du corps est donc proportionnelle à son élongation et de signe opposé.

Par comparaison à l'Équation 3, on déduit que

$$F = -k \cdot y$$

$$k = m\omega^2 \text{ ou, autrement dit, } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Vérification via une analyse dimensionnelle ?

L'Équation 2 peut donc se réécrire sous la forme

$$a(t) = -\left(\frac{k}{m}\right) y(t)$$

Équation 4

Comme on sait par la définition de la vitesse angulaire, que $\omega = \frac{2\pi}{T}$, on peut donc aussi écrire

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ et } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{Rappel : } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f,$$

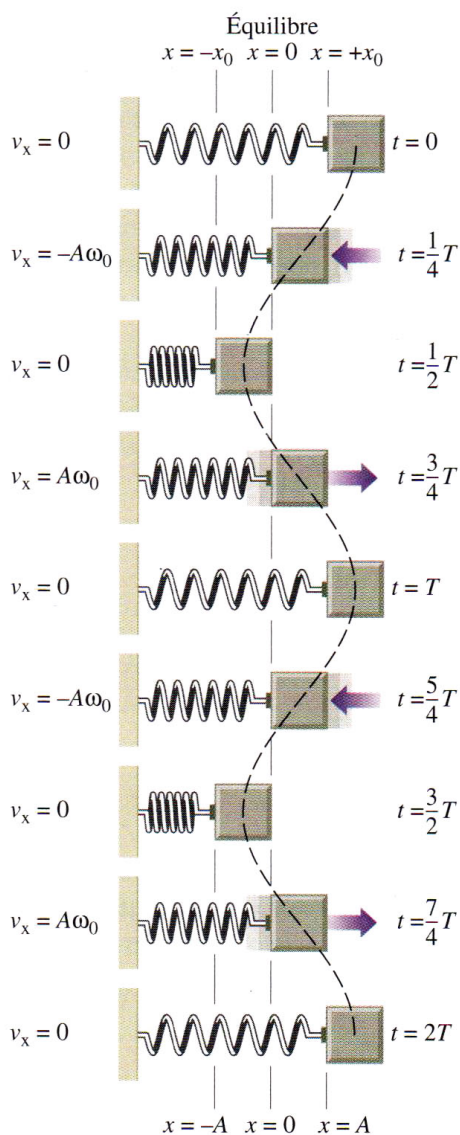
$$\text{donc } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Équation 5

La période (T), ne dépend donc pas de l'amplitude. Elle augmente quand la masse augmente et diminue avec l'augmentation de la raideur du ressort.

Comme le lien entre période et masse est une racine carré, il faut quadrupler la masse pour doubler la période.

De même, à masse égale, il faut un ressort quatre fois plus raide pour obtenir une période deux fois plus courte.



La figure ci-contre illustre le mouvement d'un ressort horizontal pendant deux périodes. On commence son observation lorsqu'il est à sa position extrême sur la droite. Un quart de période plus tard, l'objet passe par sa position d'équilibre. Sa vitesse étant la plus importante à ce moment (voir Figure 2), son inertie l'empêche de rester à cette position d'équilibre et il continue son mouvement jusqu'à sa position extrême, à gauche, qu'il atteint une demi période après le début de l'observation. A ce moment ($\frac{T}{2}$), la compression du ressort induit une force de rappel qui initie le mouvement de l'objet vers la droite. Au temps $\frac{3T}{4}$ il repasse par sa position d'équilibre, mais entraîné par son inertie, il continue son déplacement jusqu'à sa position extrême, à droite. Cette position à

droite, identique à celle où l'observation a commencé, est atteinte lorsque $t = T$, c'est-à-dire une période entière après le début de l'observation.

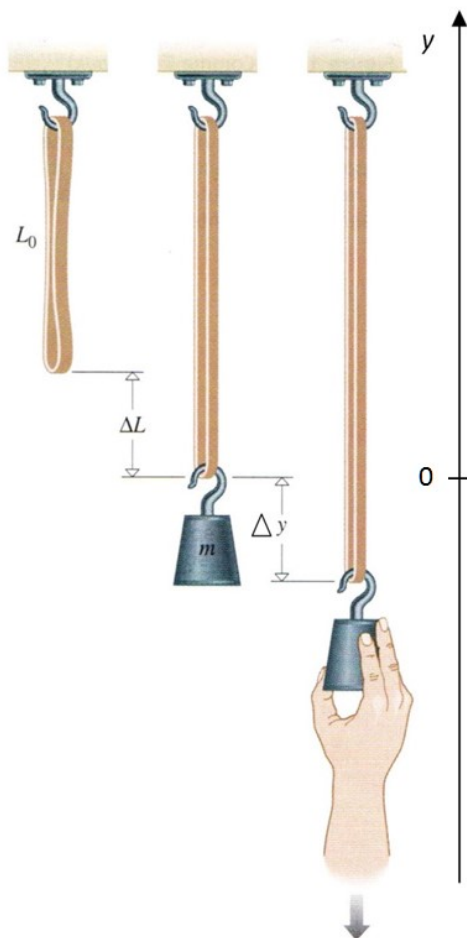
L'écart entre la position d'équilibre et les positions extrêmes est appelé **l'amplitude** et habituellement notée A .

Sur la figure précédente, cette amplitude est représentée au bas de la figure, en négatif à gauche et positif à droite.

Oscillations verticales

Pour illustrer l'oscillation verticale, nous utilisons un élastique auquel est attachée une masse m . Nous prendrons le sens positif des distances vers le haut, l'origine étant prise à la position d'équilibre du système masse - élastique.

Comme pour le ressort, la force de rappel de l'élastique est proportionnelle à son élongation.



Il faut donc allonger l'élastique d'une longueur que nous noterons ΔL (négative par choix du sens de l'axe y) pour que cette élongation induise une force de rappel $-k \Delta L$ (vers le haut) qui compensera exactement le poids de la masse m (le poids étant orienté vers le bas). Les orientations de la force de rappel et du poids sont opposées. A propos de leurs normes, on peut écrire

$$k \Delta L = m \cdot g$$

Équation 6

Cette élongation ΔL permet d'avoir le système composé de l'élastique et de la masse m à l'équilibre. (Illustration du centre de l'image ci-contre).

Tirons maintenant la masse vers le bas (d'une distance Δy , comptée négativement dans notre exemple) et lâchons la. Elle se met à osciller. Les forces qui agissent sur cette masse lorsqu'elle est écartée d'une distance y de son point d'équilibre sont

- La force de rappel due à la masse : $-k \Delta L$
- La force de rappel due à l'écartement y : $-k y$
- Le poids de la masse : $m g$

Par la deuxième loi de Newton, la force nette agissant sur la masse est égale à la somme des trois force décrite ci-dessus :

$$-k \Delta L - k y + m g = m a_y$$

Équation 7

En combinant les Équation 6 et Équation 7 , on obtient

$$a_y = -\left(\frac{k}{m}\right) y$$

Équation 8

$$a(t) = -\left(\frac{k}{m}\right) y(t)$$

La comparaison des Équation 4 et Équation 8 montre la similitude du mouvement du ressort horizontal et de celui de l'élastique vertical. L'effet de la pesanteur, agissant sur la masse, est donc simplement le déplacement de la position d'équilibre de part et d'autre de laquelle oscille la masse.

Le Pendule simple

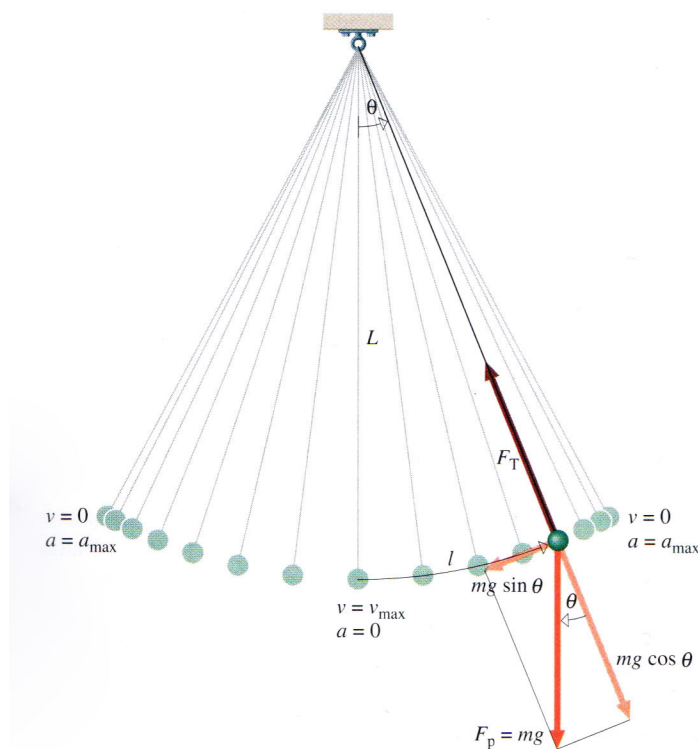


Figure 4 - Pendule simple

Le pendule simple de la Figure 4 est représenté en mouvement au moment où le fil de longueur L s'écarte de la vertical d'un angle θ . La boule est alors distante de sa position d'équilibre d'une longueur l (mesurée sur l'arc de cercle qu'elle décrit). Si θ est mesuré en radians, $l = L \theta$. A cet instant, le poids de la boule, vertical et dirigé vers le bas, possède une composante le long de la tangente à la trajectoire égale à

$$F = -m g \sin \theta$$

C'est cette force qui tend à ramener le pendule vers sa position d'équilibre ($\theta = 0$). Le signe négatif indique que la force est opposée à l'écartement. Quand le pendule s'écarte vers la droite, la force est orientée vers la gauche et vice-versa.

Comme $F = m a_T$, l'accélération tangentielle s'écrit

$$a_T = -g \sin(\theta)$$

Équation 9

L'équation Équation 9 montre qu'en l'état, le mouvement du pendule n'est pas caractérisé par une accélération proportionnelle à l'écartement de sa masse, comme c'était le cas aux Équation 4 et Équation 8.

Cependant, pour des angles suffisamment petits, la valeur en radians de θ est très proche de celle de $\sin \theta$ ⁶. Donc pour de petites oscillations, $\sin \theta \simeq \theta = l/L$.

Sous l'hypothèse des petits angles, on peut donc écrire

$$a_T \simeq - \left(\frac{g}{L} \right) l$$

Équation 10

$$a(t) = - \left(\frac{k}{m} \right) y(t)$$

L'Équation 10 est semblable aux Équation 4 et Équation 8, on en déduit donc $\omega^2 = g/L$

$$a_y = - \left(\frac{k}{m} \right) y$$

Comme pour le raisonnement qui a mené à l'Équation 5, on peut écrire que

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \simeq \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Et donc

$$T \simeq 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{et} \quad f \simeq \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Équation 11

Note : pour obtenir l'Équation 9, l'expression $m a_T = -m g \sin(\theta)$ est divisée dans les deux membres par la masse. Ce procédé n'est pas aussi évident qu'il n'y paraît. Dans la loi $F = m a$, m est la masse inerte, c'est-à-dire une mesure de résistance qu'oppose l'objet aux changements de son mouvement. On peut la désigner par m_i . Par contre, le poids d'un corps est déterminé par une propriété physique qu'il possède, appelée masse gravitationnelle, que l'on peut désigner par m_g . Cette grandeur est proportionnelle à l'interaction gravitationnelle entre ce corps et les autres.

Ces deux notions pourraient être *a priori* différentes, car venant de concepts différents. Si c'est effectivement le cas, l'Équation 11 doit s'écrire $T = 2\pi \left(\frac{m_i}{m_g} \right)^{1/2} \left(\frac{L}{g} \right)^{1/2}$. Toutes les expériences montrent que la période du pendule est indépendante de la masse, ce qui implique que $m_i = m_g$.

La dépendance de la période à la longueur du fil est visible sur l'expérience suivante :

⁶ Illustration de la validité de l'approximation $\sin \theta \simeq \theta$ pour les angles de faible amplitude.

θ	$\sin \theta$	Différence
0	0	0 %
~ 0.09 radian (5 degrés)	0.9	~ 0 %
~ 0.17 radian (10 degrés)	0.17	~ 0 %
~ 0.35 radian (20 degrés)	0.34	~ 3 %
~ 0.78 radian (45 degrés)	0.71	~ 10 %
~ 1.57 radian, c'est-à-dire $\pi/2$ radian (90 degrés)	1	~ 57 %

<https://www.youtube.com/watch?v=c0NzBYLnOD8&t=2s&spfreload=10> (pendule-periode-illustration)

Cette vidéo illustre d'autre part l'indépendance de la période et de la masse accrochée au fil.

Notes :

D'autre part, voici une illustration de la démarche expérimentale :

<https://www.youtube.com/watch?v=fJ1xS2BXRNA> (pendule-période-experience_demarche)

Notes :

Énergie d'un oscillateur harmonique

Comme indiqué à la page 9, nous supposons que les mouvements d'oscillations décrits ci-dessous conservent leur énergie. Au cours d'une oscillation, l'énergie du mobile sera composée d'énergie potentielle et d'énergie cinétique :

$$E_{tot} = E_{cin} + E_{pot}$$

En étudiant, par exemple, l'oscillation horizontale d'une **masse attachée à un ressort**, on déduit que lorsque l'élongation du ressort est nulle

$$E_{tot} = E_{cin\ max} + 0$$

$$E_{tot} = \frac{m \cdot v_{max}^2}{2}$$

Or, en conséquence de la relation $v(t) = A \omega \cos(\omega t)$, on a

$$v_{max} = \omega A$$

L'énergie totale peut donc s'écrire :

$$E_{tot} = \frac{m \cdot \omega^2 A^2}{2}$$

Comme nous avons défini la constante de raideur k comme $k = m \cdot \omega^2$

$$E_{tot} = \frac{k \cdot A^2}{2}$$

→ L'énergie totale est d'autant plus grande que l'amplitude est élevée. L'amplitude est fixe pour un mouvement donné. L'énergie totale est donc fixée et constante pour un mouvement donné.

Les deux vidéos suivantes illustrent l'énergie du mouvement d'oscillation du **pendule simple**

Explications : <https://www.youtube.com/watch?v=bhu7Ae5M2S8> (pendule-energie-explications)

Notes :

Illustration simple : https://www.youtube.com/watch?v=ivay_xRlat0 (pendule-energie-illustration)

Notes :

Mouvement harmonique amorti

Lors de la réalisation d'expériences de mouvements d'oscillations harmoniques, malgré les précautions prises, le système oscillant est toujours soumis à des frottements, aussi faibles soient-ils. Par ces frottements, de l'énergie est transférée du système oscillant vers l'extérieur. Le système oscillant dispose donc de moins en moins d'énergie pour effectuer son mouvement.

Cela a pour conséquence que sa vitesse maximale (lors du passage par le point d'équilibre) est de plus en plus faible, et que l'amplitude du mouvement diminue, l'énergie potentielle étant de plus en plus faible.

Une représentation graphique d'un tel mouvement peut être représenté par cette figure.

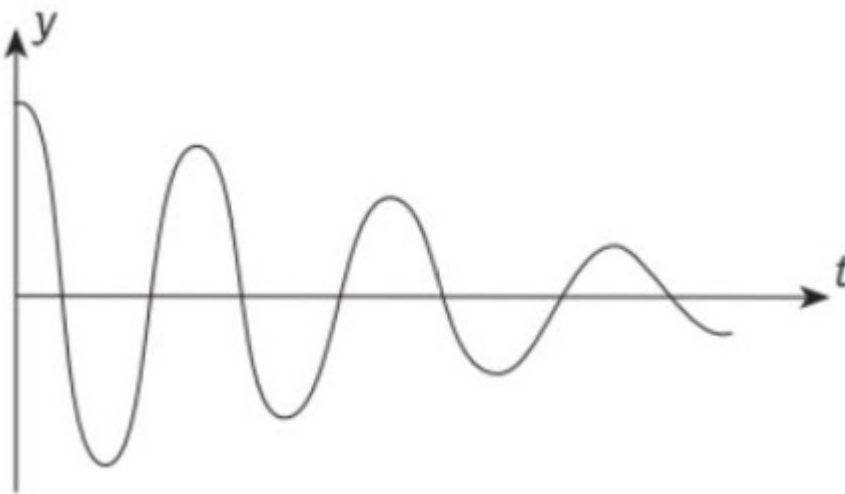


Figure 5 : Mouvement d'oscillation harmonique amorti

Déphasage entre deux oscillateurs harmoniques de même fréquence

Déphasage

Soient deux oscillateurs harmoniques de même fréquence propre (exemples : deux pendules de même longueur, deux ressorts identiques portant des corps de masses égales).

Écartons-les de leurs positions d'équilibre et libérons-les à des instants différents. Ils effectuent alors leurs mouvements en étant décalés l'un par rapport à l'autre. Leurs élongations sont donc maximales à des instants différents.

On dit qu'ils sont **déphasés** l'un par rapport à l'autre.

Ce déphasage peut s'évaluer par l'intervalle de temps Δt (appelé retard) séparant les passages successifs des oscillateurs à la position d'équilibre dans le même sens, ou à leurs élongations maximales (Figure 6).

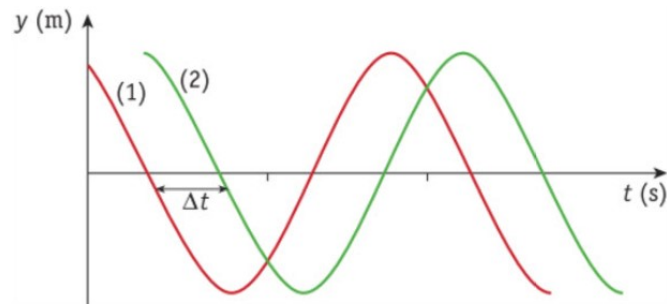


Figure 6 - Les mouvements représentés en vert et en rouge sont déphasés l'un par rapport à l'autre

On dira que le deuxième pendule est en retard par rapport au premier puisque le premier pendule atteint la valeur maximale avant que le deuxième n'obtienne cette même élongation maximale.

Le déphasage peut être quelconque, Δt peut donc prendre n'importe quelle valeur. Nous allons dans les deux paragraphes suivants étudier deux cas particuliers : la concordance de phase et l'opposition de phase.

Mathématiquement, ce déphasage peut s'écrire $y(t) = A \sin(\omega(t + t'))$, t' étant le retard.

Sans en changer le sens physique, cette expression peut s'écrire $y(t) = A \sin(\omega t + \omega t')$. $\omega t'$ étant une constante pour un déphasage donné, il est d'usage de l'écrire par un symbole unique, φ .

L'équation de la position en fonction du temps d'un mouvement oscillatoire déphasé sera donc

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

Concordance de phase

Lorsque l'intervalle de temps Δt est nul ou égal à un **nombre entier de périodes** ($\varphi = n \cdot 2\pi$, avec $n = 1, 2, 3, \dots$), les mouvements sont en concordance de phase. Les élongations ont, à chaque instant, même signe et les oscillateurs passent ensemble par les points où l'élongation est maximale (Figure 7).

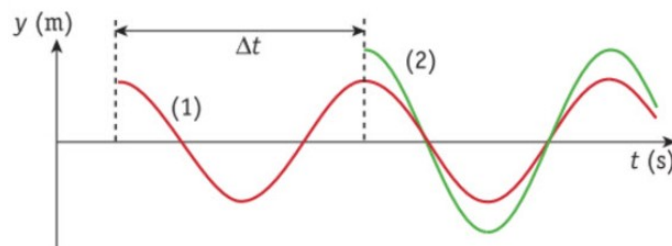


Figure 7 - Mouvements vibratoires en concordance de phase

Le retard Δt vaut 0 ou un **multiple entier de la période**. On peut donc écrire

$$\Delta t = n \cdot T \text{ avec } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Opposition de phase

Lorsque l'intervalle de temps Δt équivaut à une demi-période ou à **un nombre impair de demi-périodes** ($\varphi = n \cdot \pi$, avec $n = 1, 3, 5, 7, \dots$), les mouvements sont en opposition de phase : les oscillateurs passent ensemble par la position d'équilibre mais dans des sens opposés. Les élongations sont constamment de signes contraires et l'élongation de l'un est maximale lorsque celle de l'autre est minimale (Figure 8).

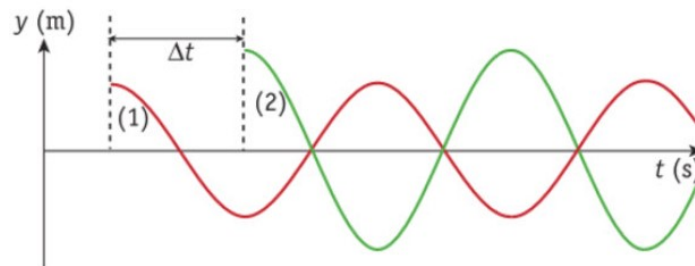


Figure 8 - Mouvements vibratoires en opposition de phase

Le retard Δt veut un nombre entier de demi-périodes, ce qui s'écrit :

$$\Delta t = (2n + 1) \cdot T/2 \text{ avec } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Pour qu'il y ait opposition de phase, il est nécessaire que le retard soit un nombre impaire de demi-périodes car, s'il s'agit d'un nombre pair de demi-période, cela revient à parler d'un nombre entier de périodes, et on retombe sur la situation de concordance de phase.

Note : Au début de cette section concernant les déphasages, nous avons envisager deux oscillateurs harmoniques de même fréquences. Les amplitudes quant à elles peuvent être différentes (comme illustré par les Figure 7 et Figure 8) et l'explication ci-dessus garde toute sa pertinence.

La résonance

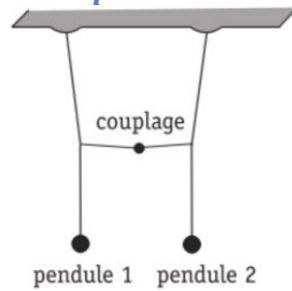
La résonance est un phénomène remarquable des systèmes oscillants. Il nécessite des conditions particulières. Ce phénomène est par exemple à l'œuvre dans l'amplification des sons d'un instrument de musique.

Oscillateurs couplés

Considérons deux pendules simples, suspendus à deux points de fixation.

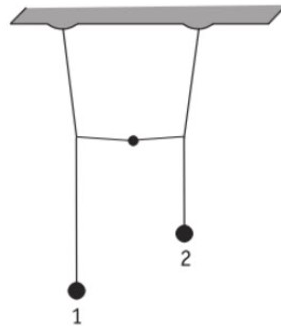
Une ficelle légère relie les deux pendules et joue le rôle de couplage.

Première expérience – Les deux pendules ont la même longueur



Comme le montre l'Équation 11, deux pendules de mêmes longueurs oscillent à la même fréquence, ils ont la même fréquence propre. On écarte le pendule 1 de sa position d'équilibre et on le lâche. Il oscille. On constate que son amplitude diminue graduellement tandis que le second pendule se met à osciller à son tour et que son amplitude augmente graduellement.

Deuxième expérience – Les deux pendules sont de longueurs différentes



Dans ce cas, leurs fréquences propres sont différentes. On écarte un des pendules de sa position d'équilibre et on le lâche. Il oscille. On constate que son amplitude ne diminue guère tandis que celle de l'autre pendule reste petite par rapport au premier. Il n'y a donc qu'un faible transfert d'énergie.

On appelle **couplage** le lien entre deux oscillateurs

Le pendule qui donne son énergie est appelé **excitateur**. Le pendule qui reçoit l'énergie est appelé **résonateur**.

Lorsque le transfert d'énergie est maximum, on dit qu'il y a **résonance**.

Illustration par l'expérience du couplage de pendules oscillants :

<https://www.youtube.com/watch?v=ub8a2dgKWpc> (Résonance_de_pendules)

https://www.youtube.com/watch?v=IXyG68_caV4 (Tacoma)

Conclusions

- 1) Il y a résonance lorsque la fréquence propre du résonateur est égale à la fréquence propre de l'excitateur.
- 2) Le transfert d'énergie a un caractère sélectif : le résonateur absorbe l'énergie de façon préférentielle à sa fréquence propre.

Résonance acoustique

Le phénomène de résonance existe pour tout objet vibrant. Nous l'avons vu pour le pendule, un autre exemple peut-être donné par un diapason.

Le diapason est un oscillateur métallique constitué de deux branches. Il a une forme de « U ». Une fois mis en vibration, il produit une note stable (nous reviendrons sur ce sujet lorsque nous aborderons les ondes sonores).

Comme première expérience, nous prenons deux diapasons identiques. Ils sont placés sur un support comme illustré à la Figure 9.

On fait osciller le premier (excitateur) durant quelques secondes et on l'immobilise ensuite en posant la main dessus. L'excitateur ne vibrant plus, il n'émet plus de son. Un son identique continue pourtant à être entendu et provient de la vibration du résonateur. Le résonateur n'avait pas été mis en vibration par l'expérimentateur, mais c'est le transfert d'énergie d'un diapason à l'autre par la résonance qui a produit la mise en mouvement du résonateur et, par là, son émission sonore.

Ce transfert d'énergie a été possible car la fréquence propre des deux diapasons est identique, les deux objets étant eux-mêmes identiques.

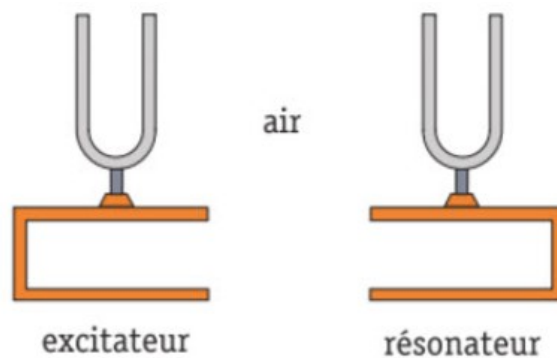


Figure 9 - Diapasons - mise en résonance du résonateur par l'excitateur.

Illustration de la première expérience : <https://www.youtube.com/watch?v=aAPGtT5hRtI>

(diapason_resonance_01)

Une seconde expérience, très similaire à la première, consiste à reproduire l'expérience précédente, à un détail près. Ce détail est qu'une petite masse est attachée à l'une des branches du diapason résonateur. Les deux diapasons n'étant plus identiques, leurs fréquences propres en est aussi modifiée. Le transfert d'énergie de l'un à l'autre, la résonance, ne se passe plus.

Illustration de la seconde expérience : https://www.youtube.com/watch?v=OLmTU-tx_0k

(diapason_resonance_02) – A Partie de la minute 1'34

<https://www.youtube.com/watch?v=zUxWXSh2nDQ> (diapason_resonance_02_bis)

Pour conclure sur le diapason (et pratiquer un peu d'anglais ... ;-) :

<https://www.youtube.com/watch?v=vNuDxc9tZMk> (diapason_Top_10_Demonstrations)

Exemples d'applications

Balançoire

Un enfant sur une balançoire doit régler le rythme de ses impulsions sur la fréquence propre de la balançoire s'il désire que l'amplitude devienne importante. Dans ce cas, l'enfant (ou la personne derrière lui) est l'excitateur qui communique des impulsions périodiques au résonateur (système enfant - balançoire).

Masse d'eau dans un récipient

Une masse d'eau contenue dans un récipient (par exemple une baignoire), possède une fréquence propre d'oscillation.

Des mouvements périodiques de la main (excitateur) la font osciller.

Si la fréquence des impulsions est égale à la fréquence propre de la masse d'eau (résonateur), on peut faire déborder l'eau du récipient.

Pièces de voitures

Certaines pièces de voitures peuvent vibrer lorsque la voiture a une vitesse bien déterminée, ce qui correspond à une fréquence déterminée de rotation du moteur.

Exercices

1. Les figures ci-dessous (fig. 1.22) constituent les enregistrements de phénomènes périodiques.

a) Déterminer leur période et fréquence.

b) Quels sont ceux qui correspondent à un mouvement harmonique ?

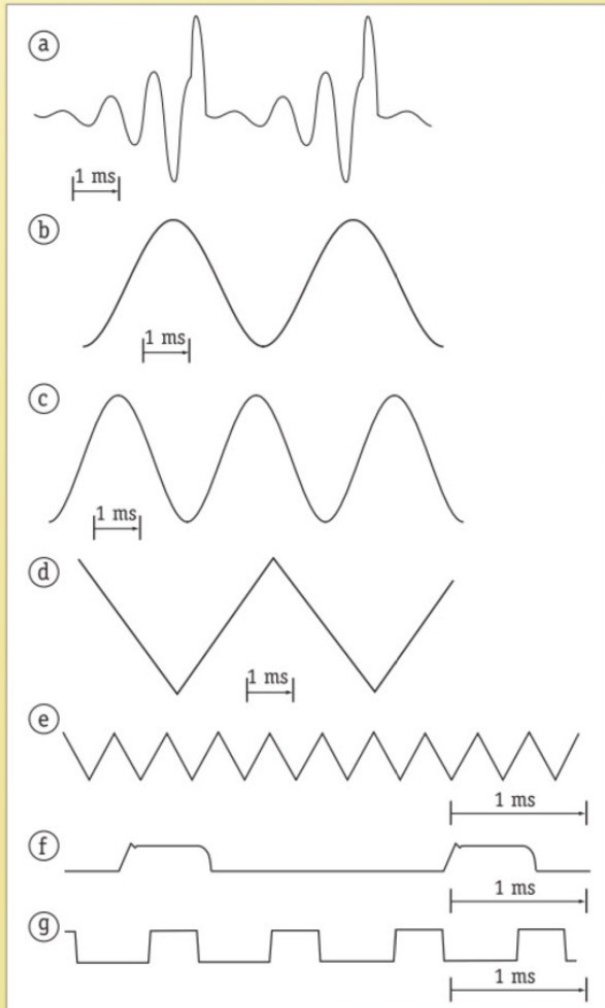


Figure 1.22

2.

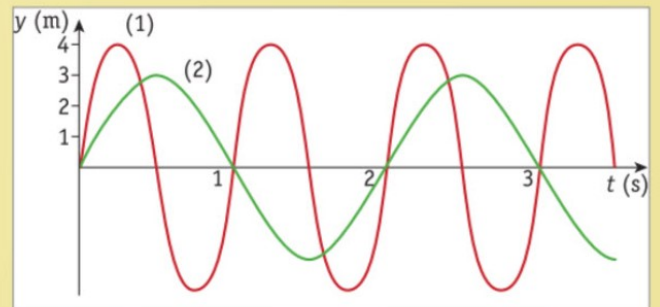


Figure 1.23

Établir le rapport des amplitudes, périodes et fréquences de ces mouvements d'oscillations (fig. 1.23).

3. Déterminer approximativement sur la figure 1.11 la période et l'amplitude du mouvement.

4. Tracer le graphique de l'élongation en fonction du temps pour deux oscillateurs en opposition de phase dont l'amplitude de l'un est la moitié de l'amplitude de l'autre.

Simuler une telle situation à l'aide de vos bras.

5. Rechercher le nom de différents types de nage. Pour chacun d'eux, déterminer si les bras du nageur sont :
a) en concordance de phase ;
b) en opposition de phase.

6. L'équation de l'élongation d'un oscillateur est :

$$y = A \sin\left(\frac{\pi}{26} \cdot t\right)$$

Écrire l'équation :

a) de la vitesse en fonction du temps ;

b) de l'accélération en fonction du temps.

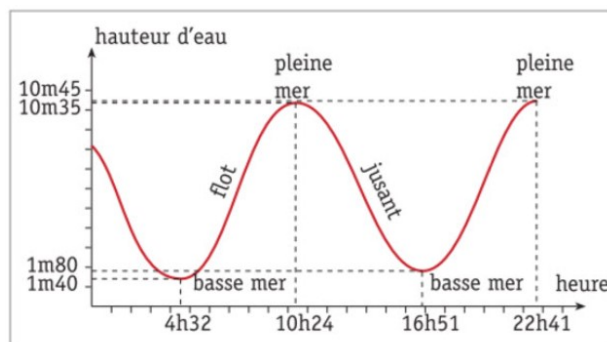


Figure 1.11

Hauteur d'eau à Paimpol le 5 juillet 1992.

7. Pour chacun des exemples ci-dessous (fig. 1.24), l'oscillateur n° 2 est-il en avance ou en retard sur l'oscillateur n° 1 ? Évaluer approximativement le retard ou l'avance en fraction de période.

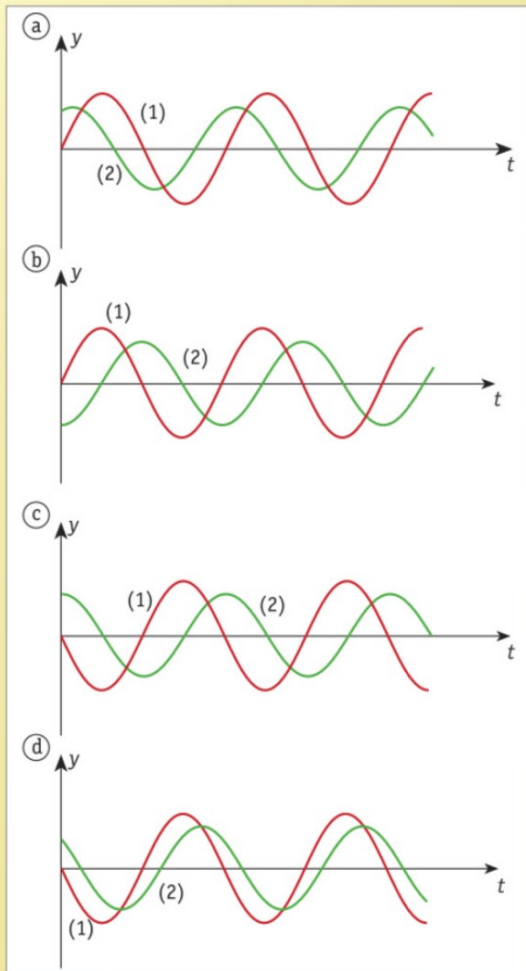


Figure 1.24

8. On peut montrer que la période d'un pendule simple est donnée par la relation :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

où L est la longueur du pendule et g l'accélération de pesanteur.

- Vérifier par l'équation aux dimensions la cohérence de la relation.
 - Calculer la longueur d'un pendule pour que sa période propre soit de deux secondes.
9. Un corps oscille verticalement à l'extrémité d'un ressort.

On peut changer trois paramètres : l'amplitude, la constante de raideur du ressort et la masse de l'objet attaché.

Parmi ces paramètres, déterminer par raisonnement ceux qui influencent :

- la fréquence d'oscillation ;
- la vitesse maximale.

Si le paramètre influence la fréquence et/ou la vitesse maximale, dans quel sens fait-il varier cette grandeur ?

10. Le mouvement d'un oscillateur harmonique est représenté sur le graphique ci-dessous (fig. 1.25).

- Relever sur le graphique des valeurs qui permettent d'écrire l'équation de cet oscillateur.
- Vérifier l'exactitude de l'équation pour les instants suivants : 0,2 s ; 0,4 s et 0,7 s.

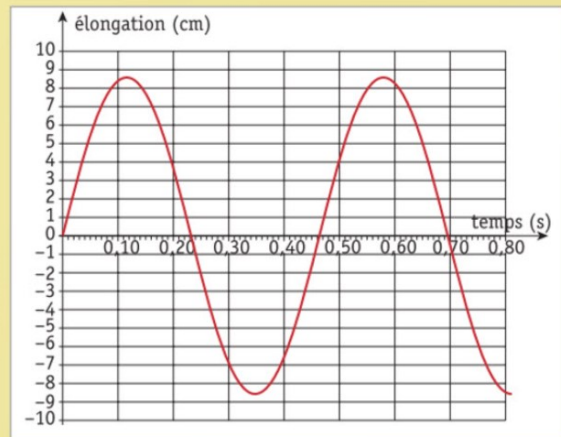


Figure 1.25

- Un oscillateur effectue 20 aller-retours en 5,64 secondes. Le corps en oscillation a une masse de 145 g. Calculer la constante de raideur du ressort.
- Il faut une force de 0,068 N pour étirer de 4,0 cm un ressort de sa position d'équilibre. On y attache un objet dont la masse est de 200 g et on laisse osciller le tout librement. Calculer la période et la fréquence du mouvement.
- Un corps attaché à un ressort élastique a une masse de 500 g. Le graphe de son élongation au cours du temps est donné ci-dessous (fig. 1.26).

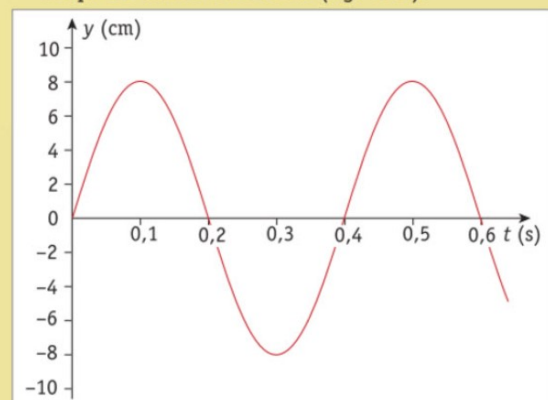


Figure 1.26

- a) Calculer la constante de raideur du ressort.
 b) Calculer l'intensité de la force exercée par le ressort sur le corps lorsque l'élongation est maximale.
14. La figure 1.27 illustre un chariot qui oscille horizontalement. Le graphique de l'élongation en fonction du temps est donné à la figure 1.28.

À l'instant t_1 , la proposition suivante est-elle vraie ou fausse ?

- a) Le chariot est à gauche de la position d'équilibre.
 b) Il se déplace vers la gauche.
 c) Il accélère.

Justifier chaque réponse.

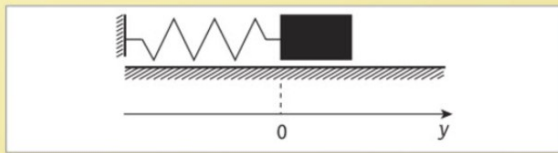


Figure 1.27

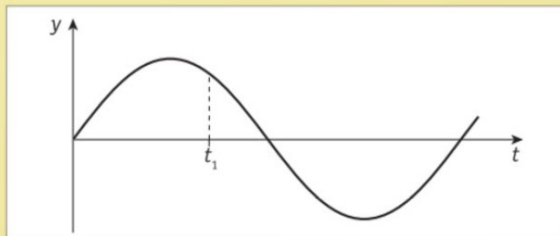


Figure 1.28

15. À partir du graphique ci-joint (fig. 1.29), justifier chacune des propositions suivantes :

- a) le chariot accélère à l'instant t_1 ;
 b) le chariot décélère à l'instant t_2 .

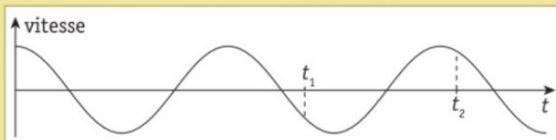


Figure 1.29

16. Un piston de moteur à explosion effectue 3 000 oscillations/min.

- a) Calculer sa fréquence et sa période.
 b) Si le mouvement est harmonique d'amplitude 5,0 cm, calculer la vitesse maximale du piston.
 c) Calculer son accélération maximale.
 d) Calculer l'intensité de la force maximale s'exerçant sur lui, si sa masse est de 100 g.

17. Soit le mouvement harmonique sans frottements d'une lame métallique enserrée dans un étai (fig. 1.30). Indiquer la (les) position(s) où :

- a) l'énergie totale est uniquement potentielle ;
 b) l'énergie cinétique est maximale ;
 c) l'énergie totale est diminuée ;
 d) la somme des énergies cinétique et potentielle est inférieure à l'énergie totale ;
 e) l'énergie cinétique et l'énergie potentielle ont des valeurs non nulles.

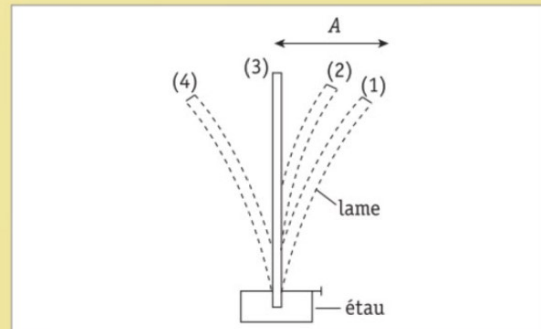


Figure 1.30

18. Soit une masse attachée à un ressort parfaitement élastique et vibrant suivant un mouvement harmonique.

- a) Représenter sur le même graphique l'évolution de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle élastique et de l'énergie totale, en fonction du temps.
 b) Pour quelle valeur de t (en fraction de période) l'énergie cinétique et l'énergie potentielle ont-elles même valeur ? (La solution peut être donnée à partir des graphiques, ou à partir de relations mathématiques.)

19. Lorsque l'élongation d'un mouvement harmonique vaut la moitié de l'amplitude, quelle est la valeur du rapport entre énergie cinétique et énergie totale ?

Résumé des notions importantes de ce chapitre

- Lien entre le mouvement harmonique et le mouvement circulaire
- Définitions de la vitesse angulaire, la période et la fréquence
- Équations de la position en fonction du temps, de la vitesse en fonction du temps et de l'accélération en fonction du temps.
- Équation de l'accélération en fonction de la position
- Dédution de la période à partir de l'équation de l'accélération en fonction du temps.
- Différence dans les mouvements vibratoires du ressort horizontal et du ressort vertical.
- Justification de l'approximation des petits angles dans l'étude du mouvement du pendule.
- Dériver l'énergie totale d'un oscillateur harmonique.
- Expliquer la notion de déphasage
- Expliquer la notion d'amortissement
- Expliquer la notion de résonnance.

Correctif des exercices

Exercice 3:

Période: $16\text{h}51 - 4\text{h}32 = 12\text{h}19$ ou $22\text{h}41 - 10\text{h}24 = 12\text{h}17$

Amplitude: $10,35\text{ m} - 1,40\text{ m} \Rightarrow$ variation de $10,35\text{ m}$. L'amplitude = $1/2$. la variation totale. $A = 4,48\text{ m}$.

$10,45\text{ m} - 1,8\text{m} = 8,65\text{ m}$. $A = 8,65 / 2 = 4,33\text{ m}$

Exercice 6:

v est la fonction dérivée de y :

$$v(t) = \frac{\pi \cdot A}{26} \cos\left(\frac{\pi}{26} \cdot t\right)$$

a est la fonction dérivée de v :

$$a(t) = -\left(\frac{\pi}{26}\right)^2 A \sin\left(\frac{\pi}{26} \cdot t\right)$$

Exercice 8:

a) $\frac{L}{g}$ a pour unité $\frac{\text{m}}{\text{m/s}^2} = \text{s}^2$. Donc $\sqrt{\frac{L}{g}}$ représente une durée.

b) De $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ on tire $L = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2} = 0.994\text{m}$

Exercice 9:

a) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ La fréquence n'est pas influencée par l'amplitude et ne dépend que de la masse et de la constante de raideur du ressort.

b) l'équation de la vitesse est $v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$. La vitesse maximum est donc donnée par $v_{max} = A \cdot \omega$. Sachant que pour le ressort, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, on a $v_{max} = A \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Exercice 10:

La durée d'une oscillation, mesurée sur l'échelle des temps a pour valeur 0,465 s. C'est, par définition, la période. L'élongation maximale mesurée sur le graphique est de 8,6 cm, soit 0,086m. Sur base de l'équation de la position en fonction du temps $y(t) = A \sin(\omega t)$ où $\omega = \frac{2\pi}{T}$, on obtient $y(t) = 0,086 \sin(13,5 t)$.

t(s)	Y (cm)
0,2	3,6
0,4	-6,6
0,7	-0,3

Exercice 11:

$$T = \frac{5,64}{20} = 0,282\text{s} \text{ et } k = m \cdot \omega^2 = m \cdot \frac{4\pi^2}{0,282^2} = 72 \frac{N}{m}$$

Exercice 12:

$$k = \frac{F}{y} = \frac{0,068}{0,04} = 1,7 \text{ N/m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{0,2}{1,7}} = 2,2 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = 0,46 \text{ Hz}$$

Exercice 13:

Chapitre 1 – L'oscillateur harmonique (OH) - Correctif des exercices

a) La mesure de T est faite sur le graphique et donne $T = 0,40$ s.

$$b) k = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = 1,2 \cdot 10^2 \frac{N}{m}$$

c) Le graphique donne 8,0 cm pour élancement maximale (la valeur de l'amplitude). Comme $F = -k \cdot y$, $F_{max} = k \cdot A = 1,2 \cdot 10^2 \cdot 8,0 = 9,6$ N

Exercice 14:

a) Faux. Le chariot est à droite de la position d'équilibre, car à l'instant t_1 , le graphique indique une élancement positive.

b) Vrai. Le chariot se déplace vers la gauche. Le graphique est décroissant en t_1 .

c) Vrai. Venant de l'élancement maximale à droite, le chariot se dirige vers sa position d'équilibre, où sa vitesse sera maximale en valeur absolue. Il gagne donc en vitesse, autrement dit, il accélère.

Exercice 15:

a) Peu avant l'instant t_1 , la vitesse était nulle. Peu après, la vitesse sera élevée (en valeur absolue). La vitesse augmente, il y a donc accélération.

b) Peu avant l'instant t_2 , la vitesse est élevée, peu après elle va s'annuler. Il y a donc décélération.

Exercice 16:

$$a) f = \frac{3000}{60} = 50 \text{ Hz et } T = \frac{1}{f} = 0,020 \text{ s} .$$

$$b) V_{max} = \omega \cdot A = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,05 = 15,7 \text{ m/s}$$

$$c) a_{max} = \omega^2 \cdot A = (2\pi \cdot 50)^2 \cdot 0,05 = 4,9 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$$

$$d) F_{max} = m \cdot a_{max} = 0,1 \cdot 4930 = 4,9 \cdot 10^2 \text{ N}$$